

Подсчёт двумя способами

1. Можно ли в таблице 25×25 расставить числа так, чтобы в каждой строке сумма чисел была положительной, а в каждом столбце — отрицательной?
2. В классе учится 27 человек. Каждый мальчик дружит с четырьмя девочками, а каждая девочка — с пятью мальчиками. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?
3. В школе, в которой учатся четыре друга Вася, Серёжа, Женя и Игорь, работают несколько кружков. В каждом из этих кружков занимаются ровно трое из друзей, причём Вася посещает больше всех — 9 кружков, а Игорь меньше всех — 6 кружков. Сколько кружков работает в школе?
4. Могут ли все грани выпуклого многогранника иметь по 6 и более сторон?
5. В произведении $(x^6 - 5x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1)^{2025}$ раскрыли скобки и привели подобные члены. Найдите сумму коэффициентов полученного многочлена.
6. В выпуклом n -угольнике провели все диагонали, при этом оказалось, что никакие три диагонали не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения у этих диагоналей?
7. Внутри треугольника отметили n точек. Отмеченные точки соединили непересекающимися отрезками друг с другом и с вершинами треугольника. При этом исходный треугольник разбился на меньшие треугольники так, что каждая отмеченная точка является вершиной хотя бы одного треугольника и не лежит на стороне никакого из треугольников. Сколько могло получиться треугольников?
8. На листе школьной тетради в клеточку некоторые из клеток закрасили. Оказалось, что в любом квадрате 3×3 закрашено не менее 7 клеток. Обязательно ли найдётся квадрат 2×2 , в котором все клетки закрашены?
9. Все стороны и диагонали правильного 12-угольника раскрашиваются в 12 цветов (каждый отрезок — одним цветом). Существует ли такая раскраска, что для любых трёх цветов найдутся три вершины, попарно соединённые между собой отрезками этих цветов?
10. Из множества $\{1, 2, \dots, 37\}$ выбрали 10 чисел. Докажите, что среди них найдутся 4 такие, что сумма двух из них равна сумме двух других.
11. В первом ряду кинотеатра расположены 330 сидений. Некоторые 25 из них заняты зрителями. Докажите, что среди попарных расстояний между зрителями найдутся одинаковые.
12. В правильном 21-угольнике шесть вершин покрашены в красный цвет, а семь вершин — в синий. Обязательно ли найдутся два равных треугольника, один из которых с красными вершинами, а другой — с синими?